ВІДПОВІДІ та РОЗВ’ЯЗАННЯ
завдань обласного теоретичного туру олімпіади юних фізиків
2014–2015 навчальний рік

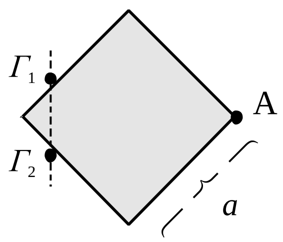


Рис. 1

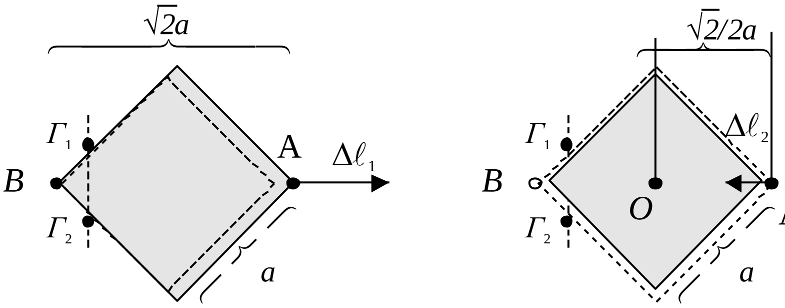
Задача 9.1. Известно, что тепловое расширение тел может приводить к их медленному перемещению. Для демонстрации этого факта на ровную поверхность стола кладут квадратную пластину и ограничивают ее с боков упорами $Г_1$ и $Г_2$ (гвоздиками). После этого пластину нагревают. Когда пластина остынет до прежней температуры, она оказывается смещенной относительно исходного положения.

Определите величину смещения крайней точки пластины, точки A, в этом опыте. Для расчетов принять, что сторона квадрата равна $a = 5\,см$, коэффициент теплового расширения материала равен $\alpha = 0{,}0041/\,град$, температура нагрева $\Delta t = 50°C$.

Задачу решить в предположении, что поверхность стола не нагревается и не испытывает теплового расширения, трения в точках контакта пластины и гвоздиков нет.

Решение. Обозначим абсолютное удлинение стороны квадрата при нагреве $\Delta\ell$, $\Delta\ell = \alpha\Delta t \cdot a$.

1) Нагрев пластин. При нагреве пластина расстояние между упорами сохраняется постоянным, а это означает, что и размер «треугольного куска» пластины $BГ_1Г_2$ остается неизменным. Вывод: крайняя левая точка пластины B остается неподвижной, а сама *расширяющаяся* пластина как бы выдавливается упорами направо.



а) *б)*

Рис. 2

Смещение точки A при нагреве будет равно $\Delta\ell_1 = \sqrt{2}\Delta\ell$ (точка A расположена на расстоянии $\sqrt{2}a$ от неподвижной точки B)

2) Охлаждение пластины. При охлаждении неподвижной точкой является ее центр точка O. Смещение точки A при охлаждении будет равно $\Delta\ell_2 = \sqrt{2}/2\Delta\ell$ (точка A расположена на расстоянии $\sqrt{2/2a}$ от новой неподвижной точки O).

Итого, в процессе нагрева-охлаждения крайняя правая точка пластины сместится вправо на расстояние $\Delta\ell_{общ} = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\Delta\ell$. Записываем окончательный ответ:

$$\Delta\ell_{общ} = \frac{\sqrt{2}}{2}\Delta\ell = \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\Delta t \cdot a = 0{,}71\,мм$$

Ответ: $\Delta\ell_{общ} = \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\Delta t \cdot a = 0{,}71\,мм.$

Задача 9.2. Для новогоднего украшения класса ребята подвесили на планке на равных расстояних друг от друга четыре шара и красиво написали на них «2», «0», «1», «5». Свою конструкцию они закрепили с помощью двух бечевок AC и BD над классной доской (рис. 1).

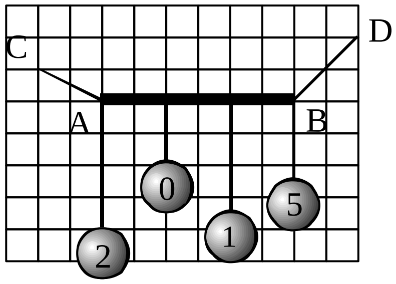


Рис. 1

- Немного неровно, - сказала учительница. – Но ничего, зато у нас появилась хорошая задача: «Чему равна масса планки AB, если масса каждого шара, выраженная в килограммах, равна числу, которое на нем написано? Размеры, необходимые для решения, взять с рисунка».

Решите и вы, ребята, эту задачу.

Решение

Будем рассматривать планку AB и четыре шара как одно тело. На это тело действуют шесть сил (рис. 2): две силы натяжения тросов и четыре силы тяжести (масса шара с надписью «0» по условию равна нулю). Поэтому второе условие равновесия для этого тела (уравнение моментов) будет выглядеть так:

$$M_{T_1} + M_{T_2} + M_{m_2 g} + M_{m_x g} + M_{m_1 g} + M_{m_5 g} = 0.$$

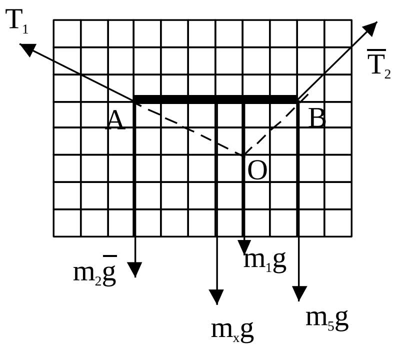


Рис. 2

Выберем в качестве точки, относительно которой мы будем подсчитывать моменты сил, точку O, в которой пересекаются продолжение бечевок AC и BD. При таком выборе моменты сил натяжения обращаются в ноль, $M_{T_1} = 0, M_{T_2} = 0$. Кроме этого равен нулю момент силы $m_1 g$. И в нашем уравнении моментов остается только три слагаемых:

$$m_2 g \cdot d_2 + m_x g \cdot d_x - m_5 g \cdot d_5 = 0.$$

Величину плеча каждой силы определяем по рисунку: $d_2 = 4d$, $d_x = d$, $d_5 = 2d$, где d - размер клетки.

Отсюда получаем ответ:

$$m_x = \frac{m_5 \cdot d_5 - m_2 \cdot d_2}{d_x} = 2m_5 - 4m_2 = 2\,кг.$$

Ответ: масса планки равна $m_x = 2m_5 - 4m_2 = 2\,кг$.

.

Задача 9.3 Электрическую цепь, собранную из четырех «белых» и трех «серых» амперметров, (рис. 1) подключили к источнику тока.

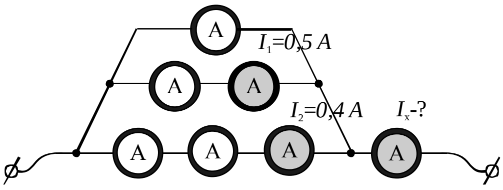


Рис. 1

Показания двух «серых» амперметров равны $I_1 = 0{,}5\,A$ (средний) и $I_2 = 0{,}4\,A$ (нижний). Определите показания третьего, самого правого «серого» амперметра.

Решение

Пусть сопротивление «серого» амперметра равно r, а «белого» - R.

Учитывая, что напряжение на верхнем «белом», на двух средних и трех нижних амперметрах одинаково, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1(r+R) = I_2(r+2R) \\ I_3 R = I_1(r+R) \end{cases}$$

Отсюда получаем $r/R = \dfrac{2I_2 - I_1}{I_1 - I_2} = 3$ и $I_3 = \dfrac{I_2 I_1}{I_1 - I_2} = 2\,A$.

Сила тока, текущего через третий «серый» амперметр равна

$$I_x = I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + I_2 + \frac{I_2 I_1}{I_1 - I_2} = 2{,}9\,A.$$

Ответ: $I_x = I_1 + I_2 + \dfrac{I_2 I_1}{I_1 - I_2} = 2{,}9\,A$.

.

Задача 9.4. Если смешать 1 ведро холодной воды и 3 ведра горячей воды, то температура смеси окажется равной $68°C$. Если же смешать 6 ведра холодной и 2 ведра горячей, то $46°C$. Чему будет равна температура смеси, если смешать 2015 ведер холодной и 2015 ведер горячей воды? Расчеты выполнить в предположении, что потери тепла отсутствуют.

Решение

Вторую фразу «Если же смешать 6 ведра холодной и 2 ведро горячей, то $46°C$», можно прочитать и так «если смешать 3 ведра холодной и 2 ведра горячей воды, то температура смеси будет равна $46°C$». При таком прочтении получается, что и в первом, и во втором случаях смешивали одинаковое количество воды.

В задаче спрашивается, чему равна температура смеси, когда холодная и горячая вода смешиваются в одинаковых пропорциях. Чтобы найти ответ смешаем четыре ведра воды из первого опыта (температура этой смеси $t_1 = 68°C$) и четыре ведра воды из второго опыта (температура второй смеси $t_2 = 46°C$). В полученной смеси будет поровну (по 4 ведра) холодной и горячей воды. А ее температура будет равна $t = \dfrac{t_1 + t_2}{2} = 57°C$, так как смешиваются одинаковые количества теплой воды.

Для справок приведем: температура холодной воды равна $t_x = 35°C$; температура горячей воды $t_{гор} = 79°C$.

Ответ: $t = \dfrac{t_1 + t_2}{2} = 57°C$.

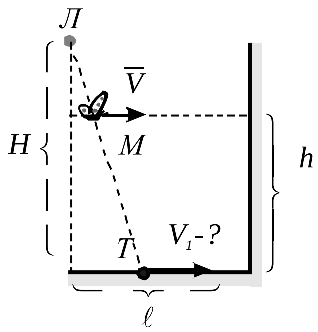


Рис.1

Задача 9.5. Мотылек пролетает через комнату на высоте $h = 2\ м$ с постоянной скоростью $V = 0{,}2\ м/с$ (рис.1). Чему равна скорость движения его тени по полу? Во сколько раз изменяется скорость тени, когда она переходит с пола на стену?

Лампа подвешена на высоте $H = 3\ м$ и на расстоянии $\ell = 2\ м$ от стены.

Решение.

1) Подобие треугольников *ЛАМ* и *ЛВТ* (рис.2, *а*), дает, что расстояния, пройденные мотыльком и его тенью, связаны соотношением

$$\frac{S_{тень}}{S_{мот}} = \frac{V_1 t}{V_{мот} t} = \frac{H}{H-h}$$

Отсюда получаем первый ответ

$$V_1 = \frac{H}{H-h} \cdot V_{мот} = 0{,}6\ м/с.$$

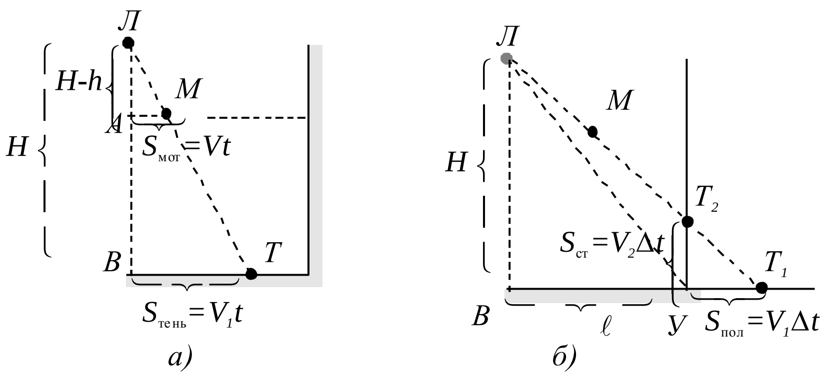


Рис. 2

2) Если бы стены не было бы, то после достижения угла *У* тень прошла бы по полу за небольшое время Δt расстояние $S_{пол} = V_1 \Delta t$. Но стена есть, и путь тени по стене $S_{ст} = V_2 \Delta t$ определяется пересечением отрезка $ЛТ_1$ со стенкой. Свяжем расстояния $S_{пол} = V_1 \Delta t$ и $S_{ст} = V_2 \Delta t$ условием подобия треугольников $ЛВТ_1$ и $Т_2УТ_1$:

$$\frac{S_{ст}}{S_{пол}} = \frac{V_2 \Delta t}{V_1 \Delta t} = \frac{H}{\ell + V_1 \Delta t}.$$

Откуда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{H}{\ell + V_1 \Delta t}.$$

В нашей формуле осталось небольшое время Δt. Чему мы должны его положить? Учитывая, что нас интересует скорость тени по стене, *сразу* после прохождения ей угла, мы должны положить в этой формуле $\Delta t = 0$. Отсюда окончателный ответ:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{H}{\ell} \cdot V_1 = 3/2.$$

Ответ: а) $V_{пол} = \dfrac{H}{H-h} \cdot V = 0{,}6\ м/с$; б) $\dfrac{V_{ст}}{V_{пол}} = \dfrac{H}{L} = \dfrac{3}{2}$.