ВІДПОВІДІ та РОЗВ'ЯЗАННЯ
завдань обласного теоретичного туру олімпіади юних фізиків
2014–2015 навчальний рік

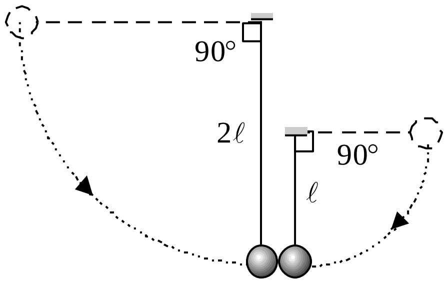


Рис. 1

Задача 10.1. Два стальных шара одинаковой массы подвешены на двух нитях так, что они касаются друг друга (рис. 1). Левая нить в два раза длиннее правой.

Шары отклоняют на угол 90° и отпускают, так чтобы они столкнулись в нижней точке.

Найти силу натяжения каждой нити непосредственно до удара и сразу же после удара. Удар шаров считать абсолютно упругим.

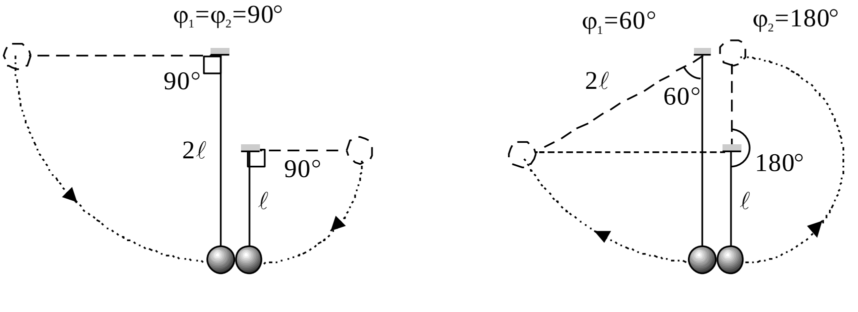
Решение

Общая формула для силы натяжения нити в нижней точке имеет вид:

$$T = mg \cdot (3 - 2\cos\varphi)$$

где φ - угол, на который отклонили шарик, m - масса шара.

Отметим, что в силу «обратимости механического движения», эта формула годится и для ситуации, в которой шарик начинает свой путь из нижней точки. Тогда угол φ следует понимать как максимальный угол, на который отклонится нить при дальнейшем движении шарика.



а) *б)*

Рис. 2

Как видно из этой формулы, сила натяжения не зависит от длины нити. Поэтому для обеих нитей получаем, что сила натяжения до удара будет равна (рис. 2, *а*):

$$T_{10} = T_{20} = mg \cdot (3 - 2\cos 90°) = 3mg.$$

Известно, что при абсолютно упругом ударе шары одинаковой массы обмениваются скоростями (рис. 2, *б*). В нашем случае это означает, что правый шар после удара поднимется на высоту ℓ, т.е. его нить отклонится от вертикали на угол $\varphi_1 = 60°$. А это означает, что сразу после удара сила натяжения правой нити будет равна:

$$T_1 = mg \cdot (3 - 2\cos 60°) = 2mg.$$

Левый шарик после удара обладает такой энергией, что может подняться на высоту 2ℓ, т.е. его нить (здесь лучше говорить о стержне) может отклониться на угол $\varphi_2 = 180°$. Следовательно, сила натяжения этой нити в нижней точке сразу после удара была равна:

$$T_2 = mg \cdot (3 - 2\cos 180°) = 5mg$$

Ответ: 1) непосредственно перед ударом силы натяжения обоих нитей одинаковы и равны $T_{10} = T_{20} = 3mg$; 2) сразу после удара сила натяжения правой нити будет равна $T_1 = 2mg$, а левой нити – $T_2 = 5mg$.

Задача 10.2. Сообщение между двумя населенными пунктами А и В, лежащими на разных берегах реки, осуществляется с помощью моторного баркаса. Перевозчик заметил, что в половодье, когда скорость течения реки увеличивается, увеличивается и расход топлива – в 2,6 раза по сравнению с обычным периодом. Зато в конце лета, когда уровень воды падает так, что течение практически исчезает, топлива расходуется на 1/13 меньше, чем в обычный период.

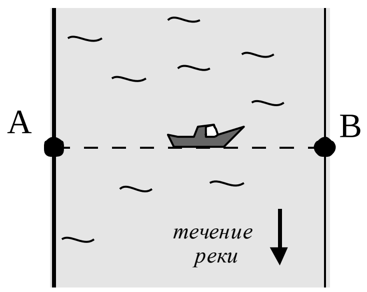


Рис. 1

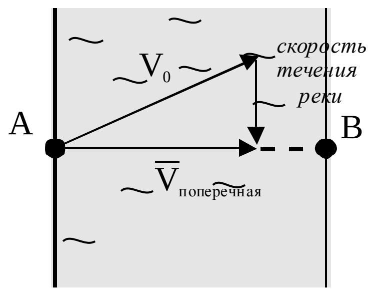


Рис. 2

Во сколько раз течение реки в половодье больше обычной скорости течения реки?

Считать, что количество перевозок за сутки фиксировано, так что изменение расхода топлива связано только с изменением условий переправы.

Решение.

1) Пусть V_0 – скорость баркаса в спокойной воде, u – скорость течения реки в обычном режиме, w– в период полноводья. По условию задачи в конце лета скорость течения реки становится раной нулю. При расчете времени переправы следует учесть, что перевозчик должен выбирать курс таким образом, чтобы аннулировать снос баркаса за счет течения (рис. 2). При этом он теряет в величине поперечной скорости.

Для времени переправы в каждом случае можно записать:

$$t_1 = \frac{S}{\sqrt{V_0^2 - u^2}}, \quad t_2 = \frac{S}{\sqrt{V_0^2 - w^2}}, \quad t_3 = \frac{S}{V_0}.$$

2) Расход топлива прямопропорционален времени движения, поэтому выписанные выше времена связанны следующими соотношениями:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{V_0^2 - u^2}}{\sqrt{V_0^2 - w^2}} = 2{,}6, \qquad \frac{t_3}{t_1} = \frac{\sqrt{V_0^2 - u^2}}{V_0} = \frac{12}{13}.$$

4) Отсюда получаем

$$u = \frac{5}{13}V_0, \qquad w = \frac{12}{5}V_0.$$

И ответ: $\frac{w}{u} = \frac{12}{5} = 2{,}4$.

Ответ: $\frac{w}{u} = \frac{12}{5} = 2{,}4$.

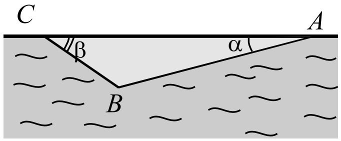


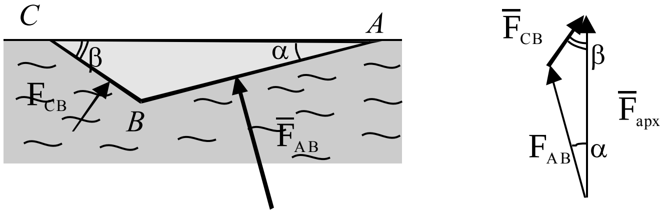
Рис. 1

Задача 10.3. На поверхности воды плавает (полностью погрузившись) длинный стержень объемом $1 дм^3$. Поперечное сечение стержня (рис. 1) имеет вид треугольника с углами $\alpha = 15°$ и $\beta = 30°$. Чему равна сила давления, действующая со стороны воды на плоскость АВ?

Решение.

1) Сила Архимеда, действующая на планку равна $F_{арх} = \rho g V$.

2) Сила Архимеда (выталкивающая сила) есть результирующая двух сил давления действующих на грани планки (рис. 2). Здесь мы учли, что каждая из сил давления и F_{AB}, и F_{CB} приложена перпендикулярно соответствующим граням планки. Т. е искомая сила F_{AB} под углом α к вертикали, а сила F_{CB} под углом β.



а) *б)*

Рис. 2

Применяя к «треугольнику сил» теорему синусов,

$$\frac{F_{AB}}{\sin\beta} = \frac{F_{арх}}{\sin(180° - \alpha - \beta)},$$

получаем ответ:

$$F_{AB} = \frac{F_{арх} \cdot \sin\beta}{\sin(180° - \alpha - \beta)} = \frac{\sin 30°}{\sin 45°}\rho g V = 7{,}07\, H$$

Ответ: $F_{AB} = \dfrac{F_{арх} \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \dfrac{\sin 30°}{\sin 45°}\rho g V = 7{,}07\, H$.

Задача 10.4. На химическом производстве для охлаждения баков №1 и №2, в которых идут химические реакции с выделением тепла, была организована система принудительного охлаждения (рис. 1, *а*). Охлаждающая жидкость подается при температуре $10°C$ в систему двух последовательно соединенных змеевиков. При этом в баках устанавливается постоянные температуры $70°C$ и $90°C$.

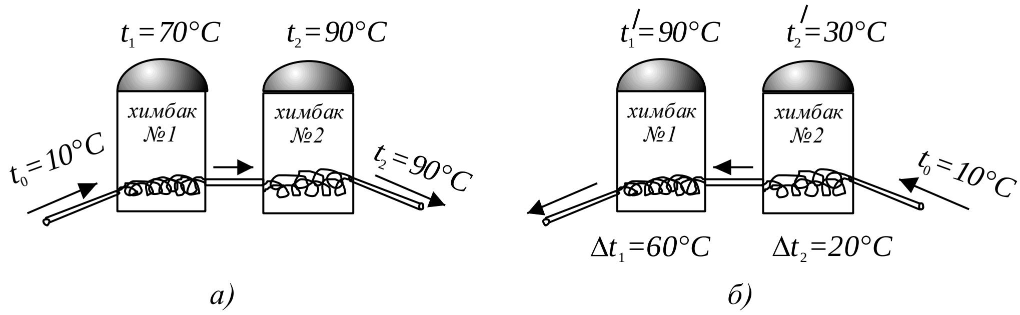


Рис. 1

1) В каком из баков мощность выделения тепла за счет химических реакций больше и во сколько раз?

2) Какие температуры установятся в баках, если изменить подачу охлаждающей жидкости на противоположное?

При решении считать, что качество змеевиков очень высокое и на выходе каждого из них охлаждающая жидкость приобретает температуру охлаждаемой жидкости. Потерями тепла из баков во внешнюю среду через стенки пренебречь.

Решение

1) Если температура в каждом баке постоянна, то охлаждающая жидкость за время $\Delta\tau$ уносит столько же тепла, сколько выделяется за это время в баке в результате химической реакции:

$$\begin{cases} P_1\Delta\tau = c\Delta m \cdot \Delta t_1 \\ P_2\Delta\tau = c\Delta m \cdot \Delta t_2 \end{cases},$$

где $\Delta t_1 = 60°C$ и $\Delta t_2 = 20°C$ температуры, на которые нагревается охлождающая жидкость в каждом баке.

Отсюда получаем, что мощность тепловыделения в первом баке в три раза больше, чем во втором:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1\Delta\tau}{P_2\Delta\tau} = \frac{c\Delta m \cdot \Delta t_1}{c\Delta m \cdot \Delta t_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 3.$$

2) Получим ответ на второй вопрос без формул. Для этого заметим, что для того, чтобы постоянное выделение тепла не приводило бы к повышению температуры, охлаждающая жидкость должна нагреваться в каждом баке на всегда одно и тоже количество градусов. (А температура жидкости на выходе и есть температура реагентов в баке).

Поэтому получаем (рис. 1, *б*).

а) Пройдя бак №2, жидкость нагреется на $\Delta t_2 = 20°C$ и будет иметь на выходе температуру $t_2' = 30°C$. Это и будет значением температуры в баке №2.

б) Пройдя бак №1, жидкость нагреется на $\Delta t_1 = 60°C$ и будет иметь на выходе температуру $t_1' = 90°C$. Это и будет значением температуры в баке №1.

Ответ: 1) мощность тепловыделения в баке №1 в три раза выше, чем в баке №2; 2) при обратном включении в баках установятся температуры $t_1' = 90°C$ и $t_2' = 30°C$.

Задача 10.5 Электрическая цепь составлена из шести сопротивлений и четырех идеальных амперметров. Номиналы трех левых сопротивлений, включенных параллельно, известны: $R_1 = 1\,Ом$, $R_2 = 2\,Ом$, $R_3 = 3\,Ом$. Известны также показания трех «серых» амперметров: $I_1 = 6\,A$, $I_2 = 2\,A$, $I_3 = 1\,A$. Найти показания четвертого амперметра.

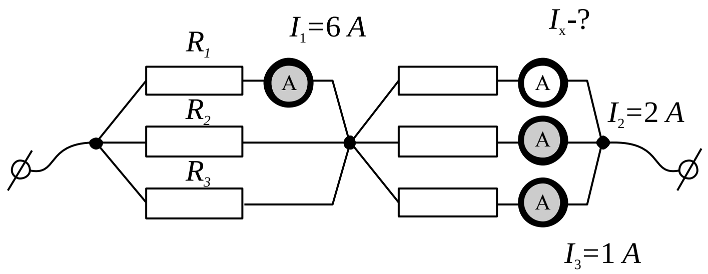


Рис. 1

Решение

Полный ток, протекающий через все левые сопротивления равен 11 А. Во второй части цепи он разбивается на три потока. Два известных тока дают в сумме 3 А. Следовательно, неизвестный ток равен 8 А.

Ответ: 8 А.